**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №49**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТЕЛ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ**

*Поляков Даниил, Б07-ФЗ*

**Цель работы:** определить моменты инерции тел, имеющих простейшую геометрическую форму, методом крутильных колебаний; убедиться в применимости теоремы Гюйгенса-Штейнера.

**Оборудование:**

* Крутильный осциллятор;
* Металлический стержень;
* Два груза;
* Деревянный шар;
* Деревянный цилиндр;
* Деревянный диск;
* Металлический полый цилиндр;
* Подставка;
* Металлический диск с отверстиями;
* Секундомер;
* Линейка;
* Штангенциркуль;
* Электронные весы.

**Расчётные формулы:**

* Период собственных крутильных колебаний тела:

– момент инерции относительно

оси кручения;

– модуль кручения спирали.

* Момент инерции колеблющегося тела:

– период собственных крутильных

колебаний тела;

– модуль кручения спирали.

* Период колебаний стержня с грузами:

– масса каждого из грузов;

– расстояние от оси вращения до

центра масс грузов;

– модуль кручения спирали;

– период колебаний стержня.

* Момент инерции тела на произвольном расстоянии от центра масс

(теорема Гюйгенса-Штейнера):

– момент инерции тела

относительно его центра масс;

– масса тела;

– расстояние от оси центра масс

до произвольной оси.

* Момент инерции диска:

– масса диска;

– радиус диска.

* Момент инерции сплошного цилиндра:

– масса цилиндра;

– радиус цилиндра.

* Момент инерции полого цилиндра:

– масса цилиндра;

– внешний радиус цилиндра;

– внутренний радиус цилиндра.

* Момент инерции сплошного шара:

– масса шара;

– радиус шара.

* Период колебаний осциллятора

– время, в течение которого

произошло *N* колебаний;

* Формулы для вычисления погрешностей:
  + Абсолютная погрешность прямых измерений:

n – количество измерений;

t – коэффициент Стьюдента;

– приборная погрешность.

* + Абсолютная погрешность косвенных измерений:

**Метод проведения измерений**

1. Измерим массы грузов *m1* и *m2* на электронных весах. Закрепим стержень на оси установки и возбудим колебания. Измерим время *t*, за которое стержень совершает *N* колебаний. Повторим измерения 6 раз. Теперь установим два груза по обе стороны от стержня в прорези, которые ближе всего к центра стержня. Прорези располагаются через каждые 5 см на стержне, таким образом начальное расстояние от оси колебаний до грузов составляет 5 см. Измерим время *t*, за которое стержень с грузами совершает *N* колебаний. Повторим измерения 6 раз. Затем закрепим грузы в следующие прорези (т.е. сдвинем их на 5 см дальше от оси колебаний). Повторим ту же серию измерений. Повторим измерения для всех остальных положений грузов.
2. Измерим размеры и массу исследуемых тел. Затем измерим время, в течение которого совершается *n* колебаний, и повторим это измерение 6 раз, для следующих тел:
   * Деревянный шар;
   * Деревянный диск;
   * Сплошной деревянный цилиндр с подставкой;
   * Полый металлический цилиндр с подставкой;
   * Подставка отдельно.
3. Измерим массу металлического тонкого диска *m* на электронных весах. Закрепим диск на оси установки, проходящей через его центральное отверстие, и возбудим колебания. Измерим время *t*, за которое диск совершает *N* колебаний. Повторим измерения 6 раз. Отверстия в диске располагаются через каждые 2 см. Будем закреплять диск в этих отверстиях, таким образом меняя положение оси колебаний относительно центра масс диска. Повторим ту же серию измерений для всех положений диска *d*.

**Таблицы и обработка данных**

Погрешность длин, измеренных штангенциркулем, равна 0.05 мм (приборная погрешность, равная половине цены деления (0.025 мм) + погрешность отсчёта (0.025 мм)). Погрешность длин, измеренных большим штангенциркулем, равна 0.1 мм (приборная погрешность, равная половине цены деления (0.05 мм) + погрешность отсчёта (0.05 мм)). Погрешность длин, измеренных линейкой, равна 1 мм (приборная погрешность, равная половине цены деления (0.5 мм) + погрешность отсчёта (0.5 мм)).

Погрешность массы, измеренной весами, равна 0.03 г (указано на весах).

Приборная погрешность секундомера равна половине цены деления: .

При каждом нахождении промежутка времени проводилось 6 измерений. Абсолютная погрешность находилась по формуле для погрешности прямых измерений, указанной в разделе «Расчётные формулы». Коэффициент Стьюдента при данном количестве равен 1.2.

Коэффициенты наклона графиков и их точки пересечения с осями (и их погрешности) каждой прямой зависимости найдём по методу наименьших квадратов.

***1. Исследование крутильных колебаний тонкого стержня с грузами. Определение модуля кручения D.***

Масса грузов, измеренная с помощью весов: .

Период колебаний стержня без грузов:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 5 | 11.8 | 11.82 | 0.05 | 2.363±0.011 | 5.59±0.05 |
| 11.8 |
| 11.8 |
| 11.8 |
| 11.8 |
| 11.9 |

Периоды колебаний стержня с грузами:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 | 5 | 13.4 | 13.43 | 0.07 | 2.687±0.014 | 25 | 7.22±0.08 |
| 13.5 |
| 13.4 |
| 13.4 |
| 13.6 |
| 13.3 |
| 10 | 5 | 17.2 | 17.25 | 0.06 | 3.450±0.011 | 100 | 11.90±0.08 |
| 17.2 |
| 17.2 |
| 17.3 |
| 17.3 |
| 17.3 |
| 15 | 5 | 22.2 | 22.22 | 0.05 | 4.443±0.011 | 225 | 19.74±0.10 |
| 22.2 |
| 22.3 |
| 22.2 |
| 22.2 |
| 22.2 |
| 20 | 5 | 27.7 | 27.75 | 0.06 | 5.550±0.011 | 400 | 30.80±0.13 |
| 27.8 |
| 27.8 |
| 27.7 |
| 27.7 |
| 27.8 |
| 25 | 5 | 33.4 | 33.55 | 0.08 | 6.710±0.016 | 625 | 45.0±0.2 |
| 33.5 |
| 33.7 |
| 33.7 |
| 33.5 |
| 33.5 |
| 30 | 5 | 39.5 | 39.55 | 0.06 | 7.910±0.011 | 900 | 62.57±0.18 |
| 39.5 |
| 39.5 |
| 39.6 |
| 39.6 |
| 39.6 |

Формулы, по которым вычислялись погрешности:

Построим график зависимости . Теоретическая зависимость выражается формулой:



Экспериментальная зависимость получилась линейной. Таким образом, теоретическая формула, приведённая выше, верна. Из графика найдём модуль кручения *D* и период колебаний стержня без грузов *T0*:

Полученные двумя способами периоды колебаний стержня без грузов совпали в пределах погрешности.

***2. Определение момента инерции различных твёрдых тел методом крутильных колебаний.***

Измерим размеры и массу исследуемых тел и определим теоретические значения их моментов инерции. Затем измерим периоды их колебаний. Сплошной и полый цилиндр в данных опытах приходится ставить на подставку. Значит, необходимо отдельно измерить её период колебаний, чтобы найти её момент инерции и далее вычитать его для нахождения моментов инерции цилиндров.

*Подставка*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 10 | 5.4 | 5.40 | 0.05 | 0.540  ±0.005 |  |
| 5.4 |
| 5.4 |
| 5.4 |
| 5.4 |
| 5.4 |

*Деревянный шар*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 931.07  ±0.03 | 143.1  ±0.1 | 71.55  ±0.05 |  | 5 | 8.0 | 8.02 | 0.05 | 1.603  ±0.011 |  |
| 8.1 |
| 8.0 |
| 8.0 |
| 8.0 |
| 8.0 |

*Деревянный диск*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 311.82  ±0.03 | 110  ±1 |  | 5 | 8.0 | 8.03 | 0.05 | 1.607  ±0.011 |  |
| 8.1 |
| 8.0 |
| 8.1 |
| 8.0 |
| 8.0 |

*Сплошной деревянный цилиндр*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 369.68  ±0.03 | 89.35  ±0.05 | 44.68  ±0.02 |  | 10 | 8.9 | 8.83 | 0.06 | 0.883  ±0.006 |  |
| 8.7 |
| 8.9 |
| 8.9 |
| 8.8 |
| 8.8 |

*Полый металлический цилиндр*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 400.49  ±0.03 | 90.05  ±0.05 | 45.02  ±0.02 | 87.95  ±0.05 | 43.98  ±0.02 |  |
|
|
|
|
|

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 10 | 11.4 | 11.50 | 0.07 | 1.150  ±0.007 |  |
| 11.5 |
| 11.6 |
| 11.4 |
| 11.6 |
| 11.5 |

*Обсуждение результатов*

Теоретическое (найденное через параметры тела) значение момента инерции совпадает в пределах погрешности с экспериментальным (найденным динамическим способом) значением момента инерции для шара, диска, сплошного цилиндра. Теоретический и экспериментальный моменты инерции для полого цилиндра не вошли в пределы погрешности, но тем не менее достаточно близки. Наибольший вклад в погрешность вносит сложность измерения некоторых размеров тел.

Таким образом, верность теоретических формул для моментов инерции тел доказана.

***3. Экспериментальная проверка теоремы Гюйгенса-Штейнера.***

Масса исследуемого диска, измеренная с помощью весов: .

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 5 | 21.6 | 21.55 | 0.06 | 4.310  ±0.011 | 0 | 0.01387  ±0.00008 |
| 21.6 |
| 21.6 |
| 21.5 |
| 21.5 |
| 21.5 |
| 2 | 5 | 21.8 | 21.63 | 0.08 | 4.327  ±0.016 | 4 | 0.01398  ±0.00010 |
| 21.5 |
| 21.6 |
| 21.5 |
| 21.7 |
| 21.7 |
| 4 | 5 | 22.2 | 22.32 | 0.07 | 4.463  ±0.014 | 16 | 0.01487  ±0.00010 |
| 22.5 |
| 22.3 |
| 22.3 |
| 22.3 |
| 22.3 |
| 6 | 5 | 22.9 | 22.97 | 0.07 | 4.593  ±0.014 | 36 | 0.01575  ±0.00010 |
| 23.0 |
| 23.1 |
| 22.8 |
| 23.0 |
| 23.0 |
| 8 | 5 | 24.8 | 24.85 | 0.08 | 4.970  ±0.016 | 64 | 0.01844  ±0.00012 |
| 24.8 |
| 24.7 |
| 25.0 |
| 24.8 |
| 25.0 |
| 10 | 5 | 27.3 | 27.40 | 0.10 | 5.480  ±0.019 | 100 | 0.02242  ±0.00016 |
| 27.7 |
| 27.4 |
| 27.4 |
| 27.4 |
| 27.2 |
| 12 | 5 | 28.7 | 28.87 | 0.09 | 5.773  ±0.018 | 144 | 0.02488  ±0.00016 |
| 28.8 |
| 28.8 |
| 28.8 |
| 29.1 |
| 29.0 |
| 14 | 5 | 31.6 | 31.52 | 0.18 | 6.30  ±0.04 | 196 | 0.0297  ±0.0003 |
| 32.0 |
| 31.8 |
| 31.1 |
| 31.4 |
| 31.2 |
| 16 | 5 | 33.8 | 34.15 | 0.13 | 6.83  ±0.03 | 256 | 0.0348  ±0.0003 |
| 34.4 |
| 34.0 |
| 34.3 |
| 34.0 |
| 34.4 |

Момент инерции и его погрешность вычислялись по следующим формулам:

Построим график зависимости . Теоретическая зависимость выражается формулой:

**

Экспериментальная зависимость получилась линейной. Из графика найдём массу диска *m* и момент инерции диска относительно оси через его центр масс *Jc*:

Полученный из графика момент инерции *Jc* очень близок к измеренному значению. А вот масса диска *m* оказалась больше измеренной. Это может быть связано с наличием сил трения в осцилляторе и сопротивлением воздуха, которое диск испытывает из-за своих размеров.

В целом, зависимость получилась линейной, что подтверждает теорему Гюйгенса-Штейнера.

**Выводы**

* Подтверждена формула, выражающая зависимость периода вращательных колебаний от момента инерции и модуля кручения системы;
* Подтверждена аддитивность момента инерции;
* Подтверждены формулы моментов инерции для шара, диска, полого и сплошного цилиндров;
* Подтверждена теорема Гюйгенса-Штейнера.